形式语言与自动机课后作业答案

第二章

4．找出右线性文法，能构成长度为1至3个字符且以字母为首的字符串。

答：G={N,T,P,S}

其中N={S,A,B} T={x,y} 其中x∈{所有字母} y∈{所有的字符} P如下:

S→x S→xA A→y A→yB B→y

6．构造上下文无关文法能够产生所有含有相同个数0和1的字符串。

答：G={N,T,P,S}

其中N={S} T={0,1} P如下:

S→ε S→S0S1S S→S1S0S

7．找出由下列各组生成式产生的语言（起始符为S）

1. S→SaS S→b
2. S→aSb S→c
3. S→a S→aE E→aS

答：（1）b(ab)n |n≥0}或者L={(ba)nb|n≥0}

(2) L={ancbn |n≥0}

(3)L={a2n+1|n≥0}

9．设文法G的生成式如下：

① S→aAb

② aA→aaAb

③ A→ε

证明G产生的语言L(G)={}

证明：首先，从S开始，使用S→aAb 一次，得到S=>aAb;

再将规则aA→aaAb使用k-1次，可得aA=>;

使用规则A→ε一次，可得aA=>;

结合上式，可得S=>

得证，G产生的语言为L(G)={}。

证明：设L={}

首先，对任意∈L，从S开始，使用S→aAb 一次，得到S=>aAb; 再将规则aA→aaAb使用k-1次，可得aA=>;使用规则A→ε一次，可得aA=>;结合上式，可得S=>，所以∈ L(G)

得证，L⊆L(G)。

其次，从S开始只能用①、②得到含有anAbn且n≥1,的字符串，根据③可得到L（G）的字符串中的a、b的个数相同。又a始终出现在符号A的左边，b始终出现在符号A的右边，因此可证L(G)⊆L。

得证，G产生的语言为L(G)={}。

第三章

4．对下列文法的生成式，找出其正则式

1. G=({S,A,B,C},{a,b,c,d},P,S),生成式P如下：

S→baA S→B

A→aS A→bB

B→b B→bC

C→cB C→d

1. G=({S,A,B,C,D},{a,b,c,d},P,S),生成式P如下：

S→aA S→B

A→cC A→bB

B→bB B→a

C→D C→abB D→d

答：(1) 由生成式得：

S=baA+B ①

A=aS+bB ②

B=b+bC ③

C=cB+d ④

③④式化简消去C，得到B=b+b(cB+d)

即B=bcB+bd+b =>B=(bc)\*(bd+b) ⑤

将②⑤代入①

S=baaS+bab(bc)\*(bd+b)+(bc)\*(bd+b)

=>S=(baa)\*(bab+ε)(bc)\*(b+bd)

注意:答案不唯一。

(2) 由生成式得：

S=aA+B ①

A= cC+bB ②

B= bB+a ③

C=D+abB ④

D=d ⑤

由③得 B=b\*a ⑥

将⑤⑥代入④ C=d+abb\*a=d+ab+a ⑦

将⑥⑦代入② A=c(d+b+a)+b+a ⑧

将⑥⑧代入① S=a(c(d+b+a)+b+a)+b\*a

= acd+acab+a+ab+a+b\*a

注意:答案不唯一。

5.为下列正则集，构造右线性文法：

(1){a,b}\*

(2)以abb结尾的由a和b组成的所有字符串的集合

(3)以b为首后跟若干个a的字符串的集合

1. 含有两个相继a或两个相继b的由a和b组成的所有字符串集合

答：（1）右线性文法G=({S},{a,b},P,S)

P: S→aS S→bS S→ε

(2) 右线性文法G=({S},{a,b},P,S)

P: S→aS S→bS S→abb

(3) 此正则集对应的正则式为ba\*

右线性文法G=({S,A},{a,b},P,S)

P: S→bA A→aA A→ε

(4) 此正则集为{{a,b}\*{aa,bb}{a,b}\*}

右线性文法G=({S,A},{a,b},P,S)

P: S→aS|bS|aaA|bbA

A→aA|bA|ε

7.设正则集为a(ba)\*

1. 构造右线性文法
2. 找出（1）中文法的有限自动机

答：（1）右线性文法G=({S,A},{a,b},P,S)

P: S→aA A→bS A→ε

（2）自动机如下：

a

b

9.对应图（a）(b)的状态转换图写出正则式。（图略）

注意:答案不唯一。

（a）由图可知q0=aq0+bq1+a+ε

q1=aq2+bq1

q2=aq0+bq1+a

q1=abq1+bq1+aaq0+aa

=(b+ab) q1+aaq0+aa

=(b+ab) \*( aaq0+aa)

q0=aq0+b(b+ab) \*( aaq0+aa ) +a+ε

= (a+b (b+ab) \*aa) q0+ b(b+ab) \*aa+a+ε

=(a+b (b+ab) \*aa) \*(b(b+ab) \*aa+a+ε)

=(a+b (b+ab) \*aa) \*

（b）q0=aq1+bq2+a+b

q1=aq0+bq2+b

q2=aq1+bq0+a

q1=aq0+baq1+bbq0+ba+b

=(ba)\*(aq0 +bbq0+ba+b)

q2=aaq0+abq2+bq0+ab+a

=(ab)\*(aaq0 +bq0+ ab+a)

q0=a(ba)\*(a+bb)q0+a(ba)\*(ba+b)+b(ab)\*(aa+b)q0+ b(ab)\*(ab+a)+a+b

=[a(ba)\*(a+bb)+b(ab)\*(aa+b)]\*(a(ba)\*(ba+b)+ b(ab)\*(ab+a)+a+b)

10.设字母表T={a,b},找出接受下列语言的DFA：

1. 含有3个连续b的所有字符串集合
2. 以aa为首的所有字符串集合
3. 以aa结尾的所有字符串集合
4. L={}

答：（1）M=({q0,q1 q2,q3},{a,b},δ,q0,{q3}),其中δ如下：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | a | b |
| q0 | q0 | q1 |
| q1 | q0 | q2 |
| q2 | q0 | q3 |
| q3 | q3 | q3 |

（2）M=({q0,q1 q2 },{a,b},δ,q0,{q2}),其中δ如下：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | a | b |
| q0 | q1 | Φ |
| q1 | q2 | Φ |
| q2 | q2 | q2 |

（3）M=({q0,q1 q2 },{a,b},δ,q0,{q2}),其中δ如下：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | a | b |
| q0 | q1 | q0 |
| q1 | q2 | q0 |
| q2 | q2 | q0 |

（4）M=({q0,q1 q2 },{a,b},δ,q0,{ q0,q1 q2 }),其中δ如下：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | a | b |
| q0 | q0 | q1 |
| q1 | q2 | q1 |
| q2 | q2 | Φ |

14构造DFA M1等价于NFA M，NFA M如下：

（1）M=({q0,q1 q2,q3},{a,b},δ,q0,{q3}),其中 δ 如下：

δ (q0,a)={q0,q1} δ(q0,b)={q0}

δ(q1,a)={q2} δ (q1,b)= {q2 }

δ (q2,a)={q3} δ (q2,b)= Φ

δ (q3,a)={q3} δ(q3,b)= {q3 }

（2）M=({q0,q1 q2,q3},{a,b},δ,q0,{ q1,q3}),其中δ如下：

δ (q0,a)={q1,q3} δ (q0,b)={q1}

δ (q1,a)={q2} δ (q1,b)= {q1,q2 }

δ (q2,a)={q3} δ (q2,b)= {q0}

δ (q3,a)= Φ δ (q3,b)= {q0}

答：（1）DFA M1=(Q1, {a,b},δ1, [q0],{ [q0,q1,q3]，[q0,q2,q3]，[q0, q1,q2,q3]})

其中Q1 ={[q0],[q0,q1], [q0,q1,q2],[ q0,q2],[ q0,q1, q2,q3],[ q0,q1, q3],[ q0,q2, q3],[ q0,q3]}

δ1满足

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | a | b |
| [q0] | [q0,q1] | [ q0] |
| [q0,q1] | [q0,q1,q2] | [ q0,q2] |
| [q0,q1,q2] | [ q0,q1, q2,q3] | [ q0,q2] |
| [ q0,q2] | [ q0,q1, q3] | [q0] |
| [ q0,q1, q2,q3] | [ q0,q1, q2,q3] | [ q0,q2, q3] |
| [ q0,q1, q3] | [ q0,q1, q2,q3] | [ q0,q2, q3] |
| [ q0,q2, q3] | [ q0,q1, q3] | [ q0,q3] |
| [ q0,q3] | [ q0,q1, q3] | [ q0,q3] |

（2）DFA M1=({ Q1, {a,b}, δ1, [q0], {[q1],[q3], [q1,q2], [q0,q1,q2], [q1,q3], [q1,q2,q3],[q2,q3]} )

其中Q1 ={[q0],[q1,q3], [q1],[q2],[ q0,q1,q2],[q1,q2],[q3], [q1,q2,q3],[q2,q3]}

δ1满足

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | a | b |
| [q0] | [q1,q3] | [q1] |
| [q1,q3] | [q2] | [ q0,q1,q2] |
| [q1] | [q2] | [q1,q2] |
| [q2] | [q3] | [q0] |
| [ q0,q1,q2] | [q1,q2,q3] | [ q0,q1,q2] |
| [q1,q2] | [q2,q3] | [ q0,q1,q2] |
| [q3] | Φ | [q0] |
| [q1,q2,q3] | [q2,q3] | [ q0,q1,q2] |
| [q2,q3] | [q3] | [q0] |

15.对下面矩阵表示的ε-NFA

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | ε | a | b | c |
| P(起始状态) | φ | {p} | {q} | {r} |
| q | {p} | {q} | {r} | φ |
| r(终止状态) | {q} | {r} | φ | {p} |

1. 给出该自动机接收的所有长度为3的串
2. 将此ε-NFA转换为没有ε的NFA

答：（1）可被接受的的串共 23个，分别为aac, abc, acc, bac, bbc, bcc, cac, cbc, ccc, caa, cab, cba, cbb, cca, ccb, bba, aca, acb, bca, bcb, bab, bbb, abb

（2）ε-NFA：M=({p,q,r},{a,b,c},δ,p,r) 其中δ如表格所示。

因为ε-closure(p)={p}

则设不含ε的NFA M1=({p,q,r},{a,b,c},δ1,p,{r})

δ1(p,a)= δ’(p,a)=ε-closure(δ (δ’(p,ε),a))={p}

δ1(p,b)= δ’(p,b)=ε-closure(δ (δ’(p,ε),b))={p,q}

δ1(p,c)= δ’(p,c)=ε-closure(δ (δ’(p,ε),c))={p,q,r}

δ1(q,a)= δ’(q,a)=ε-closure(δ (δ’(q,ε),a))={p,q}

δ1(q,b)= δ’(q,b)=ε-closure(δ (δ’(q,ε),b))={p,q,r}

δ1(q,c)= δ’(q,c)=ε-closure(δ (δ’(q,ε),c))={p,q,r}

δ1(r,a)= δ’(r,a)=ε-closure(δ (δ’(r,ε),a))={p,q,r}

δ1(r,b)= δ’(r,b)=ε-closure(δ (δ’(r,ε),b))={p,q,r}

δ1(r,c)= δ’(r,c)=ε-closure(δ (δ’(r,ε),c))={p,q,r}

图示如下：(r为终止状态)

b,c

a,b,c a,b,c a,b,c

c a,b,c b,c a,b,c

a,b,c

17.使用泵浦引理，证明下列集合不是正则集：

1. 由文法G的生成式S→aSbS|c产生的语言L(G)
2. {ω|ω∈{a,b}\*且ω有相同个数的a和b}
3. {0n1m2n+m|n,m≥1}
4. {ωω|ω∈{a,b}\*}
5. {0n|n为素数}

证明：（1）在L(G)中，a的个数与b的个数相等

假设L(G)是正则集，对于足够大的k取ω= ak (cb)kc

ω∈L且|ω|>k ,令ω=ω1ω0ω2,其中|ω0|>0 |ω1ω0|≤k

因为存在ω0使ω1ω0iω2∈L

所以对于任意满足条件的ω0只能取ω0=an n∈(0,k]

则ω1ω0iω2= ak–n(an)i(cb)kc ，在i不等于1时不属于L

与假设矛盾。则L(G)不是正则集

（2）假设该集合是正则集，对于足够大的k取ω= ak bk

ω∈L且|ω|>k,令ω=ω1ω0ω2,其中|ω0|>0 |ω1ω0|≤k

因为存在ω0使ω1ω0iω2∈L

所以对于任意满足条件的ω0只能取ω0=an n∈(0,k]

则ω1ω0iω2= ak–n(an)ibk 在i不等于1时a与b的个数不同，不属于该集合

与假设矛盾。则该集合不是正则集

（3）假设该集合是正则集，对于足够大的k取ω= 0k1x2y其中y=k+x；

ω∈L且|ω|>k,令ω=ω1ω0ω2,其中|ω0|>0 |ω1ω0|≤k

因为存在ω0使ω1ω0iω2∈L

所以对于任意满足条件的ω0只能取ω0=0n n∈(0,k],

则ω1ω0iω2= 0k-n(0n)i 1x2y 在i不等于1时，y不等于k+x,因此不属于该集合。

与假设矛盾。则该集合不是正则集

（4）假设该集合是正则集，对于足够大的k取ω= ak bakb

ω∈L且|ω|>k,令ω=ω1ω0ω2其中|ω0|>0 |ω1ω0|≤k

因为存在ω0使ω1ω0iω2∈L

所以对于任意满足条件的ω0只能取ω0=an n∈(0,k]

则ω1ω0iω2= ak–n(an)ibakb 在i不等于1时不满足ωω的形式，不属于该集合

与假设矛盾。则该集合不是正则集

（5）假设该集合是正则集，对于足够大的k取ω= 0p其中p为素数且p>k，ω∈L且|ω|>k,令ω=ω1ω0ω2其中|ω0|>0 |ω1ω0|≤k

因为存在ω0使ω1ω0iω2∈L

所以对于任意满足条件的ω0只能取ω0=0n n∈(0,k]

则ω1ω0iω2= 0p+（i-1）n 当i=p+1时, |ω|=p+pn=p(1+n)不为素数，不属于该集合

与假设矛盾。则该集合不是正则集

18．构造米兰机和摩尔机

对于{a,b}\*的字符串，如果输入以bab结尾，则输出1；如果输入以bba结尾，则输出2；否则输出3。

答：米兰机：

说明状态qaa表示到这个状态时，输入的字符串是以aa结尾。其他同理。

a/3

b/3

a/3 a/3 b/3

b/1

a/2 b/3

摩尔机，状态说明同米兰机。

a a

b a

a b a b

a b

b b

20．已知DFA的状态转移表如下，构造最小状态的等价DFA。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 |
| ->A | B | A |
| B | D | C |
| C | D | B |
| \*D | D | A |
| E | D | F |
| F | G | E |
| G | F | G |
| H | G | D |

答：由表可得，E、F、G、H是不可达状态，可以删除，余下的状态构成状态集{A，B，C，D}，对该状态集划分为终止状态集和非终止状态集，而={D}，={A,B,C}。

对，很显然不可再细分；

对={A,B,C}经标0的边，可达集是{B,D}，由于B,D分别属于，故将细分为={A}，={B,C}。

对={B,C}经标1的边，可达集是{B,C}，由于B,C分别同属于，故不可再细分。这样可得最后的划分为：{{A},{B,C},{D}}，最后可得简化了的DFA为：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 |
| ->A | B | A |
| B | D | B |
| \*D | D | A |